

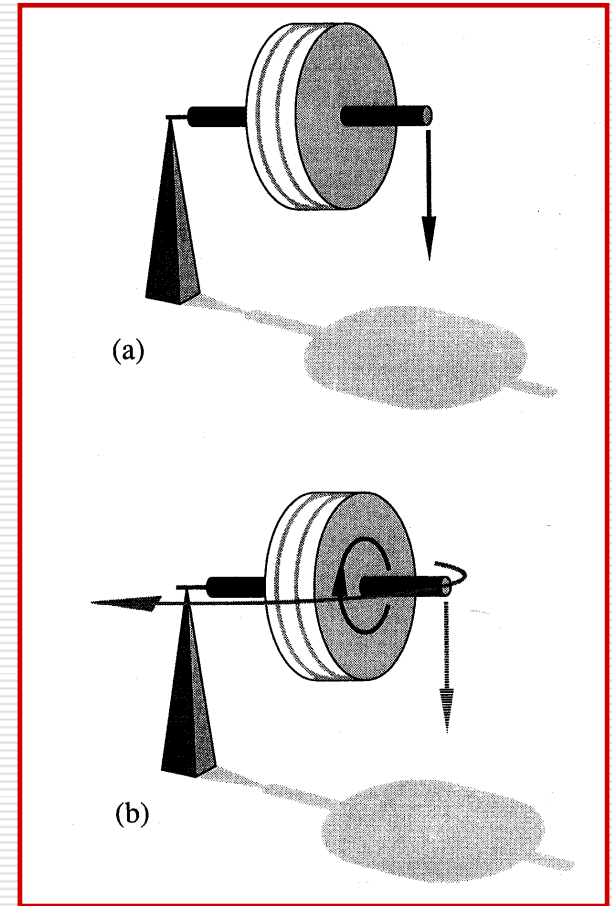
Partículas: a dança da matéria e dos campos

Aula 17 - Quântica e Relatividade - 3

1. Rotações
2. Spin \Leftrightarrow relatividade
3. Quanta de spin
4. Polarização e helicidade
5. Spin e massa zero

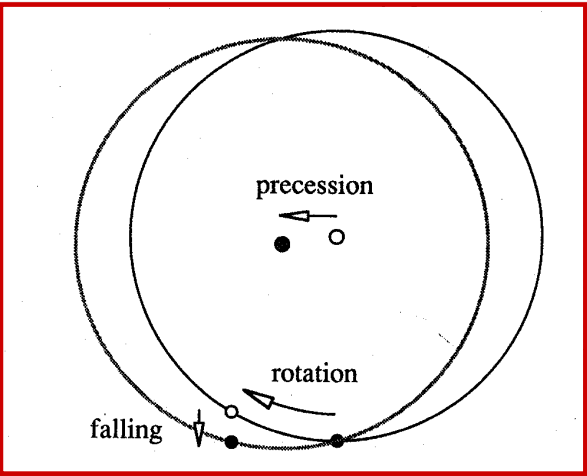
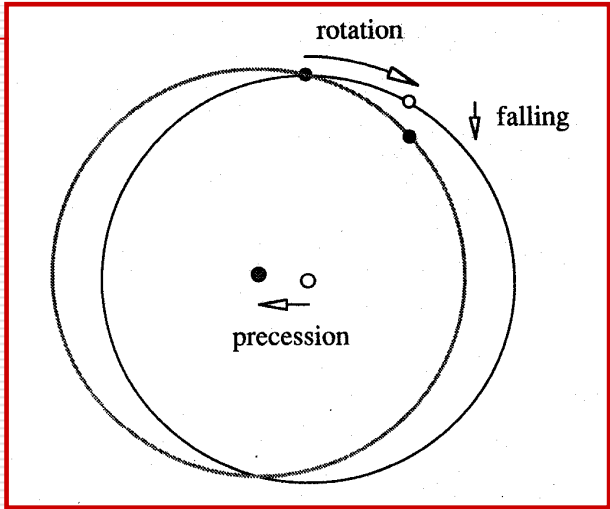
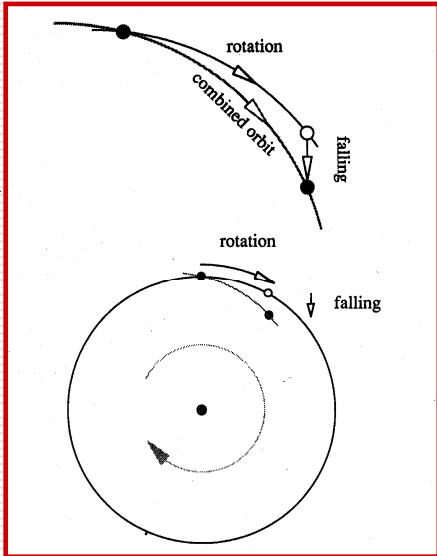
Revisão: Rotação e precessão

- ❑ Retornando ao mundo "clássico", lembro que fenômenos associados à rotação também são complicados, às vezes difíceis de entender.
- ❑ O giroscópio sem rotação simplesmente cai, ao passo que, quando estiver rodando ele se move na direção perpendicular à ação da gravidade.



Revisão: Rotação e precessão

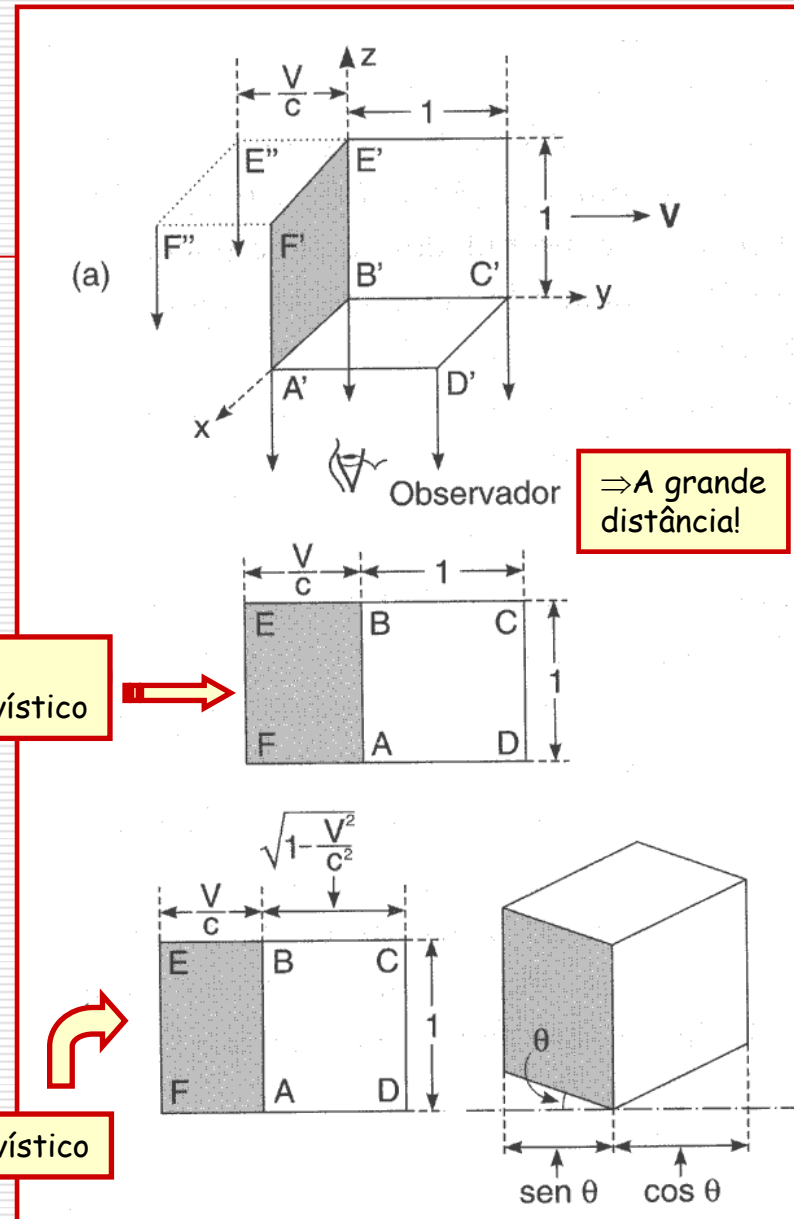
Ação combinada de rodar e cair



- Podemos entender o que ocorre através da análise das figuras.
- E se juntarmos rotação, quântica e relatividade?

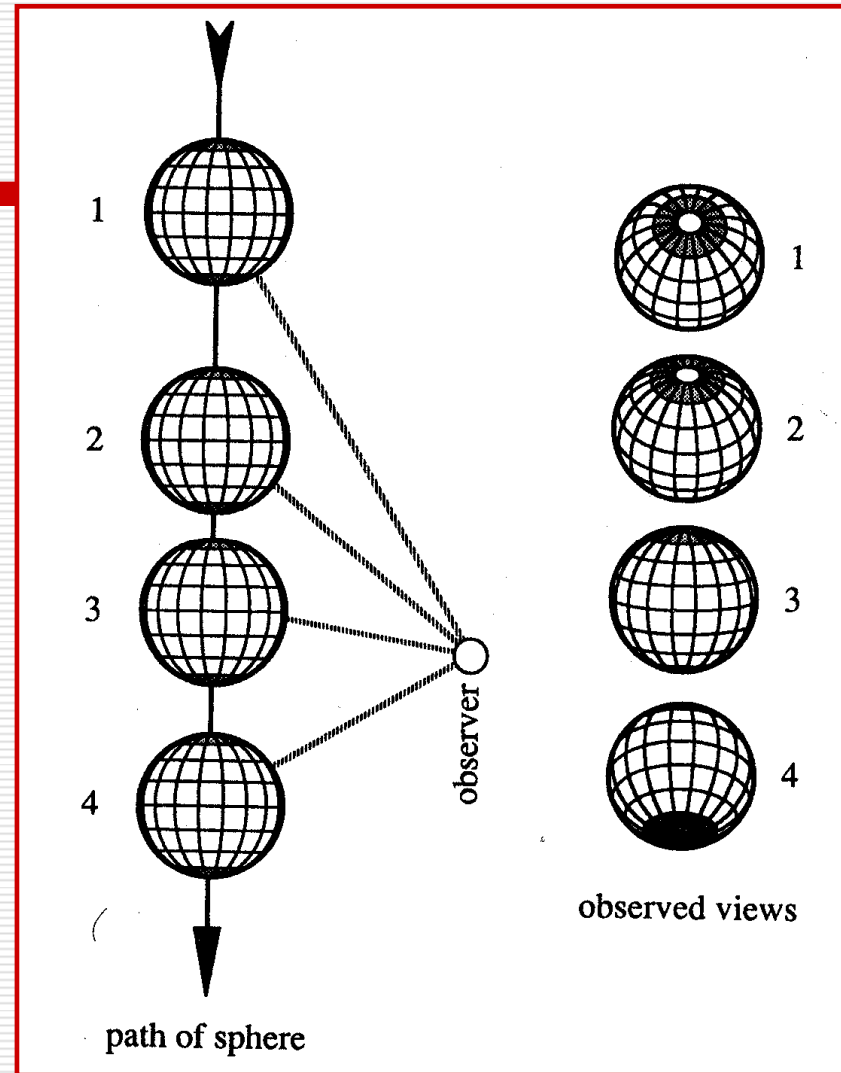
Rotação & Relatividade

- Rotação pode ser confusa. E agora, se casarmos rotação, quântica e relatividade?
- Para começar a discussão, limitemo-nos inicialmente à rotação + relatividade. Os raios de luz que saem de um objeto 3D em movimento com uma dada velocidade e chegam a um dado observador, partiram de pontos diferentes (i.e., em instantes diferentes) desse e a sua forma é, para esse observador, distorcida.
- O efeito é equivalente a uma rotação. Observadores que se movessem em relação ao primeiro observador, registrariam rotações diversas (em particular, aquele que se movesse com a mesma velocidade do objeto não registraria nenhuma rotação).
- Assim, ao movimento de uma partícula que passa por um observador está associado um momento angular. (ver: Curso de Física Básica, H. Moysés Nussenzveig, vol.4, (Edgard Blucher, 1998) pags 193-195)



Rotação & Relatividade

- Agora, imaginemos que a partícula, à medida que se move, também rode em torno do seu eixo (i.e., tenha um momento angular intrínseco, um spin).
 - Um efeito (o intrínseco) é completamente indistinguível do outro (rotação devido ao movimento).
 - Sob o ponto de vista da relatividade especial, não temos como definir a ordenação temporal desses dois tipos de eventos.
- Não é à toa portanto que o grau de liberdade de spin do elétron só veio a aparecer de modo natural (i.e., não colocado à mão) quando Dirac tratou de escrever uma equação relativística para o átomo de hidrogênio → o spin é uma consequência direta da invariância de Lorentz do espaço-tempo.



Rotação & Relatividade

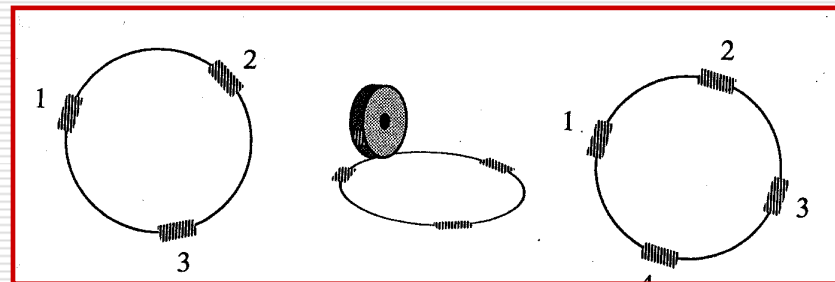
- Não tem sentido perguntar se a partícula está “girando de verdade”.
 - A invariância de Lorentz do espaço-tempo associa, a cada partícula, uma propriedade, à qual chamamos de spin, que se comporta como uma rotação.
 - Comentário semântico: rotação 3D, rotação no espaço-tempo, etc.
 - Questão de nomenclatura:
 - Momento angular orbital → associado ao movimento da partícula em uma órbita;
 - Spin → associado à rotação intrínseca da partícula.
-

Quantum de Spin

- Como incluir o spin na mecânica quântica? Sob o ponto de vista da abordagem que estamos utilizando, ele pode ser pensado como um grau de liberdade a mais e que dá sua contribuição para a computação das fases.
 - Antes de entrar em maiores discussões, façamos algumas analogias: vimos anteriormente que uma onda confinada numa caixa tinha que ter certos comprimentos de onda sob pena de não "conseguir" ficar na caixa.. Para um objeto em um movimento orbital funciona de modo idêntico, bem como para uma partícula que gire sob si mesma.
 - **CUIDADO!!!!** Isto é apenas uma analogia: acabamos de ver que o spin é um fenômeno quântico-relativístico e que prescinde dessa idéia de rotação sobre um eixo - mesmo porque, o elétron, por exemplo, é a coisa mais próxima do "nada" que podemos imaginar.
 - De qualquer forma, a metáfora serve: o spin necessariamente deve ser quantizado.
-

Quantum de Spin

- ❑ Retornemos ao nosso "fasômetro" e o utilizemos para analisar o movimento representado na figura.
- ❑ Aprendemos anteriormente que temos que ter um múltiplo inteiro de voltas para que a superposição conduza a um máximo da probabilidade.
- ❑ Esta discussão até que pode ficar palatável no caso do movimento orbital.
- ❑ Para o spin, i.e., momento angular intrínseco, estaremos simplesmente esticando ao limite as analogias que fizemos.



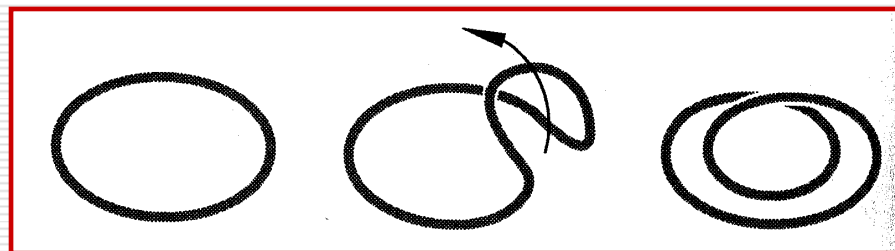
$$2\pi R = n\lambda \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \Rightarrow pR = n\hbar$$

Quantum de Spin

- Assim, sugerimos que o spin, S (assim como o momento angular orbital, L) possa ser escrito como:
 - Ver observação mais adiante sobre o valor do **módulo e da projeção z** do spin ou do momento angular orbital.
- O que ocorreria se a órbita fosse algo como uma tira de Möbius? Precisaríamos então dar duas voltas para retornar ao ponto de partida.
- Deve ser observado que não foi assumido que o fasômetro tenha que dar apenas uma volta para retornar ao ponto de partida.

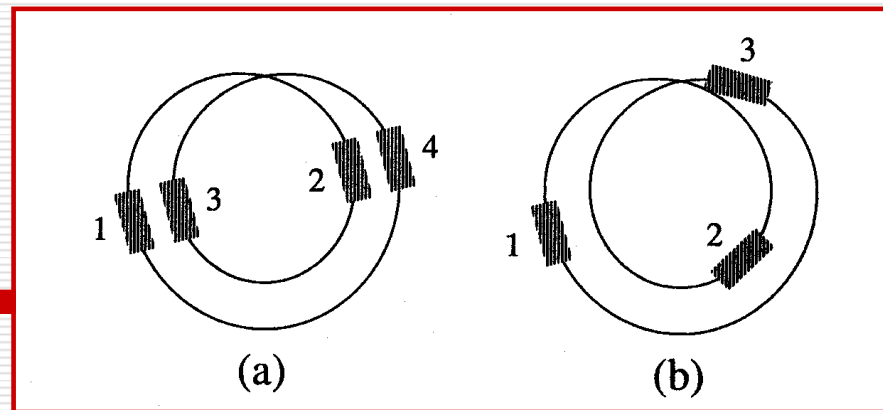


$$S = n\hbar, \text{ com } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$



Quantum de Spin

- Se o número de marcas for, digamos, $n=4$, obtemos uma superposição de dois caminhos não distinguíveis: $1 \equiv 3$ e $2 \equiv 4$. Não há problema:
- Se, porém, o número de marcas for ímpar, por exemplo $n=3$, as coisas mudam de figura e as marcas não coincidem mais com apenas uma volta. Teríamos então que repetir o processo - uma volta dupla - para que as marcas coincidissem.
- Obtém-se uma situação em que:
- Falamos em voltas em um sentido abstrato!



$$S = m\hbar, \text{ com } m = \frac{n}{2} = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$S = \frac{n}{2}\hbar, \text{ com } n = 1, 3, 5, \dots$$

Nomenclatura e observações

- Alguma nomenclatura:
 - Uma partícula de spin zero é denominada partícula escalar (exemplo: píon, α).
 - Partículas com spin 1/2 (uma "taquigrafia" para partículas com número quântico de spin 1/2) formam, com as correspondentes antipartículas, um spinor (exemplo: elétron)
 - No caso de número quântico de spin 1 temos uma partícula vetorial (exemplo: fóton).
 - A projeção do spin da partícula em uma direção arbitrária varia de $-s\hbar$ até $+s\hbar$ em passos de $1\hbar$. Há $2s+1$ projeções possíveis.
 - \Rightarrow Note que isso implica que uma partícula **não pode mudar de "turma"**.
 - **IMPTE:** Houve, de fato, um certo abuso nas analogias feitas.
 - O spin (e o momento angular orbital) são vetores e o módulo spin de uma partícula que tenha **número quântico de spin s** é:
 - $S = [s(s+1)]^{1/2}\hbar$
 - A projeção em uma direção z escolhida arbitrariamente é dada por:
 - $S_z = s\hbar$
-

Helicidade

□ Helicidade (h):

1. Projeção do spin na direção do momento \mathbf{p} :
 - A partícula é de mão direita ($h=+1$).
 2. Projeção do spin na direção oposta a \mathbf{p} :
 - A partícula é de mão esquerda ($h = -1$).
-

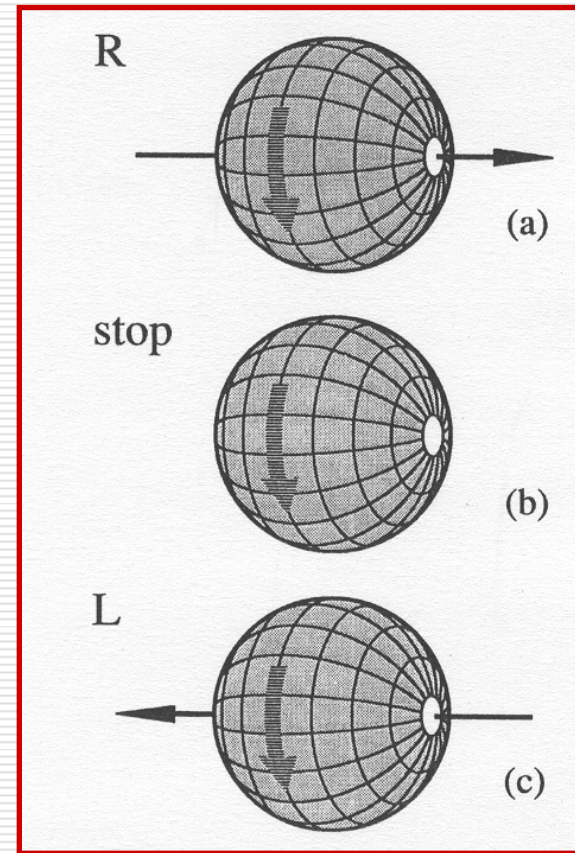
Spin e massa zero

- Além do invariante $c^2 t^2 - r^2 = s^2$, existe outro que relaciona energia e momento:
 - $E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4$.
 - Se $m=0$, então
 - $E = cp$,
 - $\lambda = 2\pi\hbar/p$ (de Broglie!) = $2\pi\hbar c/E$,
 - E necessariamente: $c = \lambda\nu$
 - Ou seja, reobtemos algo já sabido: partículas de massa zero existem desde que se movam com a velocidade da luz.
-

Spin e massa zero

- A helicidade de partículas de massa zero merece algumas considerações.
- Antes, porém, vamos analisar o que ocorre com a helicidade de partículas com massa não nula.
 - Sempre é possível efetuar uma transformação de Lorentz que leve a partícula ao repouso e mesmo que inverta a direção do seu movimento. Ou seja:
 - $h_{m \neq 0} = \pm v/c$

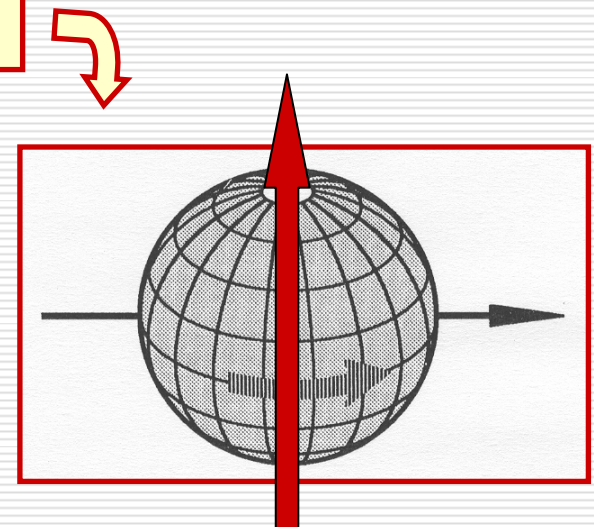
Partículas com $m \neq 0$



Spin e massa zero

- Para partículas com massa nula, a situação é distinta:
 - Não existe transformação de Lorentz que as leve ao repouso ou altere sua velocidade.
 - Em outras palavras, sua helicidade não pode ser alterada:
 - $h_{m=0} = \pm 1$
 - Uma tal partícula só pode ter duas helicidades (i.e., duas direções de polarização): de mão esquerda ou de mão direita.
 - Não é permitido ao spin ficar perpendicular à direção do movimento no caso de massa = 0
 - Ademais, não existe rotação capaz de alterar seu estado de polarização sem passar pelo estado de polarização proibido (longitudinal).

Proibido para partículas com $m=0$



Spin e massa zero

- Mas, fótons são partículas vetoriais ($s=1$) e portanto têm três componentes:
 - As duas transversais são as que acabamos de discutir.
 - E a outra? Não existe a polarização (componente) longitudinal?
 - Na verdade, existe, mas ela não está associada à radiação, i.e., à propagação.
 - Essa componente corresponde a fótons que não estão em "harmonia" com a relação de momento-energia sendo fótons virtuais, trocados durante os processos de interação
-