FGE0327-Introdução à Ótica I - Gabarito - 6^a Lista

Prof. Marcelo Martinelli

1^a Questão

Um tratamento antirefletor comum é a deposição de uma camada de MgF_2 sobre a superfície de vidro a ser tratada.

Considerando que o índice de refração do ar é 1, do vidro BK7 é $1,515$ e do MgF_2 é $1,385$, calcule:

a) A espessura de material a ser depositado para obter uma interferência destrutiva na reflexão a $550nm$;

Sendo que na reflexão da primeira face temos uma fase de π adicionada à onda, o mesmo acontecendo na segunda interface (passamos sempre de um meio com índice de refração baixo para um alto), temos que para obter a interferência destrutiva na reflexão, é necessário que a onda ganhe uma fase total 2π no trajeto no interior da camada de MgF_2 de espessura d, ou seja, π na propagação, ou $\pi/2$ em cada passagem. Neste caso, queremos

$$k \cdot d = \pi/2 \rightarrow d = \lambda/4. \tag{1}$$

Como no meio o comprimento de onda é dado por $\lambda = \lambda_0/n$, onde λ_0 é o comprimento de onda no vácuo, temos $d = 99,2nm$.

b) A reflectância R e a trasmitância T de uma lente de vidro tratada em ambas as faces (ignore os efeitos de interferência entre as faces da lente).

Calculando o coeficiente de reflexão de Fresnel

$$r_a = \frac{n_a r - n_d}{n_a r + n_d}; \qquad r_b = \frac{n_d - n_v}{n_d + n_v}; \tag{2}$$

Temos para a interface ar-dielétrico $r_a = -0,161$ e $r_b = -0.0448$, e transmitâncias $t = \sqrt{1-r^2}$. Aplicando estes valores à equação do Fabry-Perot, calculada em aula, temos

$$T = \frac{|t_a|^2|t_b|^2}{(1-|r_a r_b|)^2 + 4|r_a r_b| sen^2(\varphi/2)} = 0,986 = 98,6\%. \tag{3}$$

ou seja, uma perda de 1,4% por reflexão por interface. Para as duas interfaces da lente, temos uma transmissão total $T_t = T^2 = 97,2\%$, ou 2,8% de perdas por reflexão (calcule estes valores no caso de uma lente não tratada).

c) a reflectância e a transmitância nos limites visíveis do espectro (400 e $700nm$). Ignore a dispersão do índice de refração.

A equação do Fabry-Perot é a mesma, pois ignoramos a dispersão. Calculando a nova fase φ para estes comprimentos de onda, temos no violeta

$$\varphi_v = 2\pi\left(2 \cdot \frac{99.2\,nm \cdot 1,385}{400\,nm}\right) + \pi = 2,37\pi \tag{4}$$

e no vermelho

$$\varphi_r = 2\pi\left(2 \cdot \frac{99.2\,nm \cdot 1,385}{700\,nm}\right) + \pi = 1,79\pi. \tag{5}$$

Substituindo estes valores, chegamos a uma transmissão total $T_v = 95,5\%$ (4,5 % de perdas por reflexão) no violeta e $T_r = 96,6\%$ (3,4% de perdas por reflexão) no vermelho.

2^a **Questão**

Mostre que a equação de transmitância e reflectância do interferômetro Fabry-Perot podem ser aproximadas, próximo à ressonância, por uma lorenztiana do tipo:

$$T = \frac{A}{1 + (\omega - \omega_r)^2/\delta\omega^2}; \qquad R = 1 - T; \tag{6}$$

onde ω é a frequência da onda incidente, ω_r é a frequência de ressonância e $\delta\omega$ é a largura de banda da cavidade.

Solução Dada a transmitância para um Fabry-Perot, temos

$$T = \left(\frac{|tt'|}{1 - |rr'|}\right)^2 \frac{1}{1 + F \cdot sen^2(\varphi/2)} \tag{7}$$

No limite de pequenos valores de $sen(\varphi/2)$, podemos aproximar $\varphi = 2m\pi + \Delta\varphi$, e $sen(\varphi/2) \simeq \varphi/2$, ou seja, a fase adicionada em uma volta completa da cavidade equivale a um número inteiro de períodos, a menos de uma pequena variação $\Delta\varphi \ll 1$. Como $\varphi = k \cdot \ell = \omega\ell/c = \omega/FSR$b e a frequência de ressonância é dada por $2m\pi = \omega_r/FSR$, temos

$$T = \frac{A}{1 + (\omega - \omega_r)^2/\delta\omega^2}; \tag{8}$$

com a largura de banda dada por $\delta\omega = 2FSR/\sqrt{F}$.