

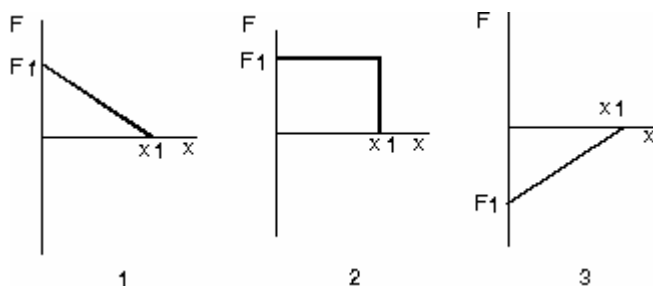
7ª lista de FAP153 – Mecânica. Outubro de 2007

Exercícios para entregar, exercícios: 11; 14 e 35. Data de entrega: 8 de novembro de 2007

Energia Potencial

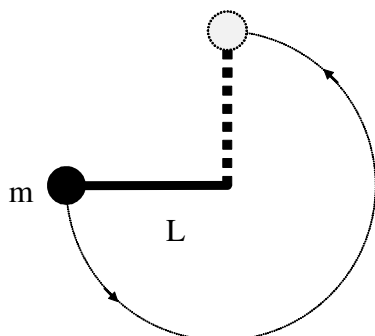
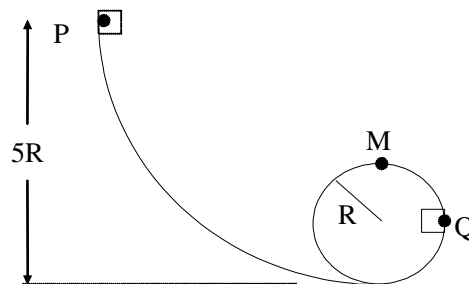
- 1) Um terremoto pode liberar energia suficiente para devastar uma cidade. Onde se encontrava essa energia um instante antes de ocorrer o terremoto?
- 2) Um pêndulo oscilante acaba parando depois de um certo tempo. Tem-se aí uma violação da lei de conservação da energia mecânica?
- 3) O cume do Monte Everest encontra-se a 8850 m acima do nível do mar.
 - a) Qual a energia despendida por um alpinista de 90 kg, a partir do nível do mar e trabalhando contra a gravidade, para alcançar aquela altura?
 - b) Quantas barras de chocolate de 50 g, cada uma capaz de fornecer 300 kcal, forneceriam energia equivalente a esta? *Sua resposta deve sugerir que o trabalho contra a gravidade é uma parte muito pequena da energia despendida mesmo em situações em que o esforço físico é muito grande, como subir uma montanha.*

4) Os gráficos ao lado mostram a dependência com a posição de uma força atuando em uma partícula movendo-se ao longo do eixo x , no sentido positivo desde a origem até $x = x_1$. A força é paralela ao eixo x e é conservativa. A magnitude máxima F_1 tem o mesmo valor em todos os gráficos. Ordene as situações abaixo de acordo com a variação da energia potencial associada à força, da menor (ou mais negativa) para a maior (ou mais positiva).



Conservação da energia mecânica – Energia potencial gravitacional

- 5) Um pequeno bloco de massa m escorrega ao longo de uma pista sem atrito em forma de aro, como mostra a figura ao lado.
 - a) SE o bloco parte do repouso no ponto P, qual é a força resultante que atua no bloco em Q?
 - b) Qual a menor altura do ponto P que permite ao bloco passar pelo ponto M sem descolar da pista?



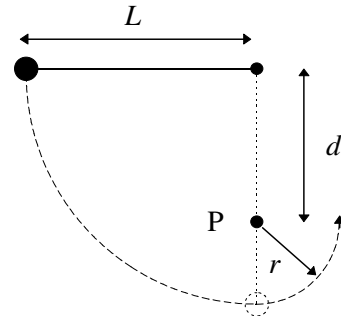
6) (RHK 12-P.2). Uma bola de massa m está amarrada a uma das extremidades de uma haste muito leve de comprimento L . A outra extremidade da haste está apoiada num pino, de modo que a haste pode mover-se num plano vertical. A haste é colocada horizontalmente, conforme a figura ao lado, e empurrada para baixo, de modo que gira em torno do pino e alcança a posição vertical com velocidade zero. Qual a velocidade inicial transmitida à bola?

- 7) Um bumerangue com 125 g é arremessado de uma altura de 1,06 m acima do solo com velocidade igual a 12,3 m/s. Quando ele alcança a altura de 2,32 m, sua velocidade é 9,57 m/s.
 - a) Qual é o trabalho realizado sobre o bumerangue pela força da gravidade?
 - b) Quanta energia cinética foi perdida devido à resistência do ar? Ignore o giro do bumerangue.

8) (RHK 12-E.6, ligeiramente modificado) Um homem de 110 kg pula sobre uma rede de salvamento situada 10 m abaixo e a rede estica 1,3 m antes de parar e jogá-lo no ar. Qual a energia potencial da rede esticada, supondo não haver dissipação de energia por forças não-conservativas?

9) (RHK 12-P.8) O fio da figura tem comprimento $L=120$ cm e a distância d ao pino fixo P é 75,0 cm . Quando se abandona a bola a partir do repouso na posição mostrada, ela oscilará ao longo do arco tracejado. Qual será sua velocidade:

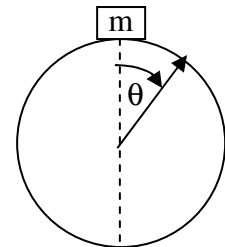
- quando alcançar o ponto mais baixo do movimento?
- quando alcançar o ponto mais elevado depois que o fio encostar-se no pino?



10) (RHK 12-P.9) Mostre que a condição para a bolinha do pêndulo do exercício anterior completar uma volta inteira ao redor do pino é $d > 3L/5$. Dica: Determine que velocidade a bolinha deve ter no alto da trajetória para que o fio não afrouxe.

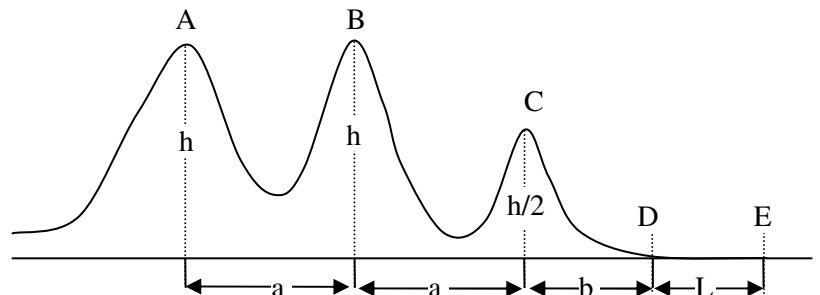
11) Uma massa puntiforme m parte do repouso e desliza sobre a superfície de uma esfera, sem atrito, de raio r . Meça os ângulos a partir da vertical e a energia potencial a partir do topo. Ache:

- a variação de energia potencial da massa com o ângulo;
- a energia cinética como função do ângulo,
- as acelerações radial e tangencial em função do ângulo e
- o ângulo θ_a em que a massa abandona a esfera.



12) (RHK 12-E.9) Um carro de montanha russa, de massa m , inicia seu movimento no ponto A com velocidade v_0 , como mostra a figura, movendo-se sem atrito com a pista e com o ar. Suponha que ele possa ser considerado como uma partícula e que permaneça sempre sobre o trilho.

- Qual será a velocidade do carro nos pontos B e C?
- Que desaceleração constante é necessária para detê-lo no ponto E se ele começar a ser freado no ponto D?

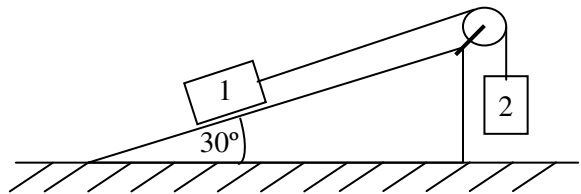


13) Uma bolinha amarrada a um fio de comprimento $l = 1,00$ m gira num plano vertical. Qual deve ser a velocidade mínima da bolinha no ponto mais baixo da trajetória para que ela descreva o círculo completo? Com a velocidade satisfazendo esta condição verifica-se que as tensões entre os pontos, o mais baixo e a 90° desse ponto diferem em 4,5 N. Qual é a massa da bolinha?

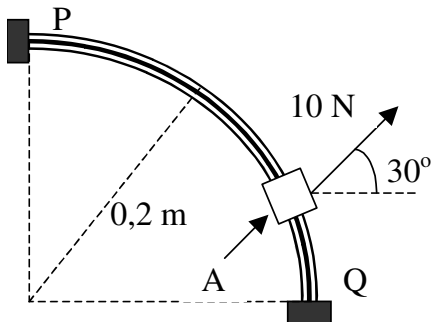
14) Um pêndulo é formado por um corpo de massa $m = 1,0$ kg pendurado no teto por um fio de comprimento 1,0 m. O corpo é deslocado da posição de equilíbrio até que o fio fique esticado na direção horizontal. Abandonando o corpo dessa posição, calcule:

- o trabalho da força que o fio aplica no corpo (tensão);
- o trabalho da força peso e
- de qual posição angular (medida em relação à vertical), o corpo deve ser abandonado de forma de atingir o ponto mais baixo da trajetória com velocidade $v = 2,0$ m/s?

15) No sistema da figura, $m_1 = 10 \text{ kg}$ e $m_2 = 2,0 \text{ kg}$. As massas da roldana e do fio são desprezíveis. Os blocos partem do repouso e passam a se movimentar, sem atrito. O bloco 1 leva 2,0 segundos para atingir o solo. Determinar para o bloco 1:

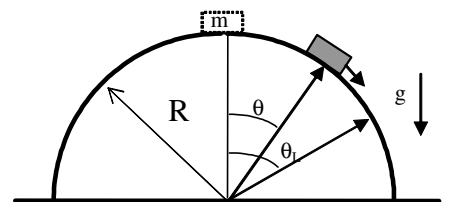


- aceleração;
- a velocidade com que atinge o solo;
- o trabalho realizado (por quem?) para levar esse bloco de sua posição inicial até o solo.

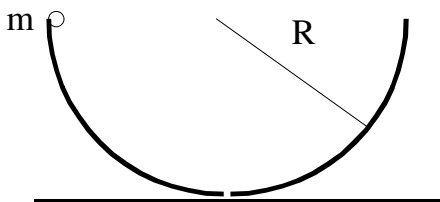


16) Um pequeno anel A com 1,0 kg de massa parte do repouso em P e desliza sem atrito na haste curvilínea, fixa no plano vertical, conforme mostrado na figura ao lado. Determine a velocidade com a qual o anel bate no ponto Q quando a força que age no anel é constante ao longo de toda a trajetória, com módulo 10 N numa direção que forma 30° com a horizontal.

17) Um pequeno bloco, de massa m , é abandonado no topo de uma superfície semi-esférica, de raio R , sobre a qual desliza sem atrito, como mostra a figura.

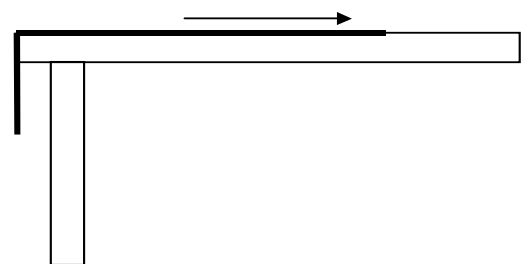


- Determine a velocidade do bloco quando ele está passando pela posição angular θ .
- Calcule a força de contato (normal), entre a superfície e o bloco, $N(\theta)$.
- Calcule o ângulo limite, θ_L , a partir do qual perde contato com a superfície. A que altura corresponde esse ponto?

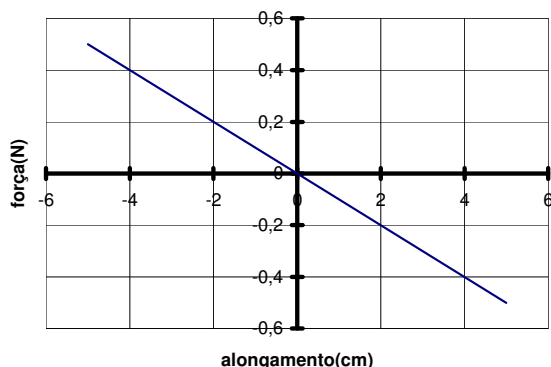


18) Um pequeno objeto de massa m é solto da borda de um recipiente hemisférico de raio R , conforme a figura ao lado. Desprezando atritos, calcule: a) a velocidade do objeto no fundo do recipiente; b) a força do recipiente sobre o objeto (normal), quando ele está no fundo do recipiente; c) a força do recipiente sobre o objeto (normal), quando ele está a uma altura $R/2$ do fundo do recipiente.

19) (RHK 12-P.4) Uma corrente é mantida sobre uma mesa sem atrito, ficando um quarto do seu comprimento dependurado na borda, veja figura ao lado. O comprimento da corrente é L e sua massa m . Qual o trabalho necessário para puxar a parte dependurada para cima do tampo?



Conservação da energia mecânica – Energia potencial elástica

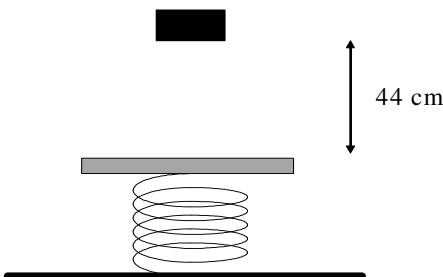
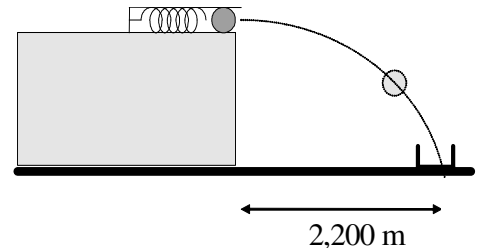


20) (RHK 12-E.10) A figura à esquerda mostra como a força da mola de um revolver de brinquedo varia em função da compressão ou distensão. A mola é comprimida 5,5 cm, lançando uma rolha com 3,8 g.

- Qual a velocidade da rolha, que se solta quando a mola passa pela sua posição de equilíbrio?
- Suponha agora que a rolha fique agarrada à mola, que se distende 1,5 cm além da sua posição de equilíbrio antes que a rolha se separe dela. Neste caso, qual a velocidade da rolha ao desprender-se?

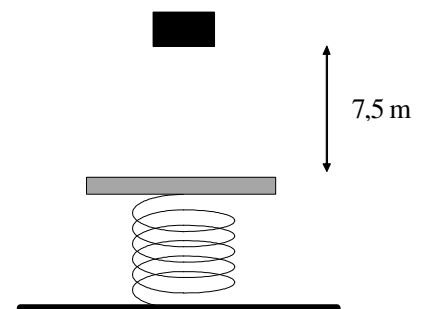
Conservação da energia mecânica – Combinação das energias potenciais gravitacional e elástica

21) (RHK 12-E.19) Duas crianças atiram bolinhas de cima de uma mesa para uma caixinha colocada no chão, utilizando um brinquedo de mola. A caixinha está a uma distância de 2,200 m da mesa, mas a altura da mesa é desconhecida. Kiko comprime a mola em 1,1 cm, o que faz a bolinha cair 27,0 cm antes da caixa. Qual deve ser a compressão da mola para Biba atingir o alvo? Justifique sua resposta.



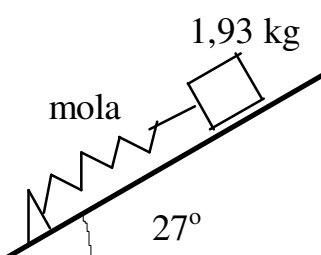
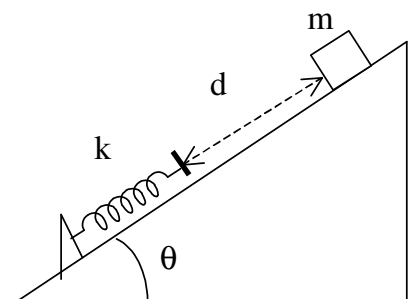
22) (RHK 12-E.18) Um bloco de 2,00 kg cai de 44 cm sobre uma mola de constante elástica $k = 200 \text{ N/m}$, conforme figura ao lado. Determine a compressão máxima produzida na mola.

23) Um bloco de massa $m = 2,0 \text{ kg}$ é largado de uma altura $h = 7,5 \text{ m}$, sobre uma mola de constante $k = 1600 \text{ N/m}$. Determine:
a) o valor máximo da compressão da mola e
b) a velocidade máxima atingida pelo corpo.



24) (RHK 12-P.3) Uma mola ideal, sem massa, pode ser comprimida 2,33 cm pela força de 268 N. Um bloco de massa $m = 3,18 \text{ kg}$ no alto de um plano inclinado em $\theta = 32^\circ$, conforme a figura ao lado, é abandonado para escorregar pelo plano com velocidade inicial nula. O bloco pára momentaneamente depois de ter comprimido a mola em 5,48 cm.

a) Que distância o bloco percorreu plano abaixo, entre ser abandonado e comprimir a mola ao máximo? (Deixe claro se sua resposta inclui, ou não, a compressão da mola.)
b) Qual a velocidade do bloco pouco antes de chocar-se com a mola?

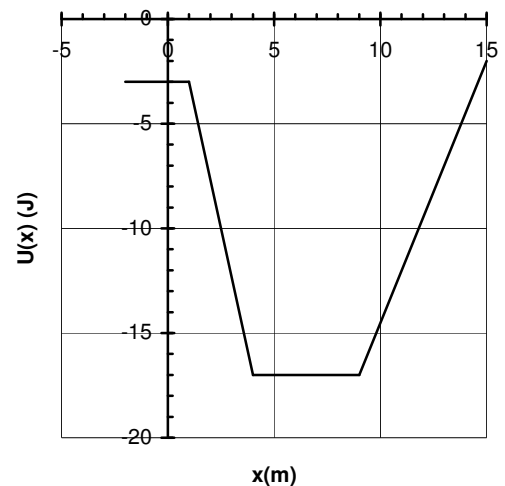


25) (RHK 12-E.15) Um bloco de 1,93 kg está encostado numa mola comprimida, situada numa rampa sem atrito e inclinada em $27,0^\circ$ conforme a figura ao lado. A constante elástica da mola é 20,8 N/cm. Uma força externa comprime a mola em 18,7 cm adicionais, quando então o bloco é solto. Que distância o bloco percorre ao longo da rampa antes de parar? Essa distância deve ser referida à posição do bloco imediatamente antes de ser largado.

Conservação da energia mecânica – outras formas de energia potencial

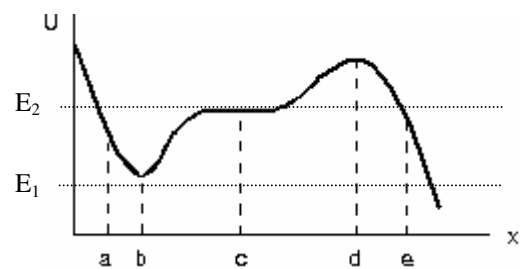
26) (HRK 8.40) Uma partícula de massa 2,0 kg move-se ao longo do eixo x numa região em que a energia potencial $U(x)$ varia conforme a figura ao lado. Quando a partícula se encontra em $x = 2,0$ m, sua velocidade é $-1,0$ m/s.

- Calcule a força atuante na partícula nessa posição.
- Entre que limites ocorre o movimento da partícula?
- Qual a velocidade da partícula quando estiver em $x = 7,0$ m?



27) O diagrama ao lado mostra a energia potencial de uma partícula movendo-se ao longo do eixo x .

- Identifique os pontos de equilíbrio e classifique-os (estáveis ou instáveis).
- Identifique os trechos em que a força $F(x)$ tem o sentido positivo e os trechos que a força tem o sentido negativo.
- Descreva qualitativamente o movimento da partícula quando a energia mecânica for igual a E_1 e quando for igual a E_2 .

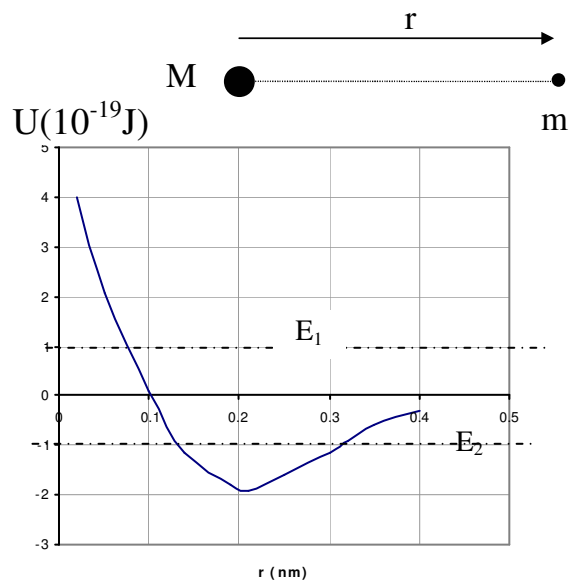


28) A figura ao lado mostra um átomo de massa m à distância r de outro átomo de massa M em repouso, sendo $m \ll M$. O gráfico ao lado representa a função energia potencial $U(r)$ para várias posições do átomo mais leve. Descreva o movimento desse átomo nas seguintes circunstâncias:

- quando a energia mecânica total for maior que zero, como E_1 representada no gráfico e,
- quando a energia mecânica for menor que zero, como em E_2 .

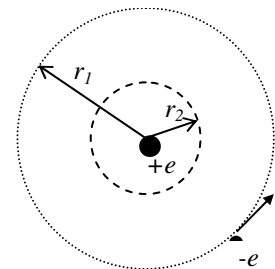
Para $E_1 = 1,0 \times 10^{-19}$ J e $r = 0,30$ nm, determine:

- o valor da energia potencial;
- a energia cinética e o módulo e o sentido da força atuante no átomo mais leve.



29) Uma partícula de massa $m = 4$ kg move-se ao longo do eixo x sob a influência de uma única força descrita por $F = -8x^3$, onde F é dada em newtons e x em metros. Considere $x = 0$ correspondente ao zero de energia potencial e que nesse ponto a partícula tem uma velocidade igual a 2 m/s, no sentido positivo. Determine:

- a energia potencial $U(x)$ e represente-a em um gráfico;
- a energia cinética em $x = 0$ e
- a energia mecânica total da partícula.
- Construa um gráfico da energia cinética K em função da posição, $K(x)$.
- Determine os pontos de retorno.
- Descreva qualitativamente o movimento da partícula.



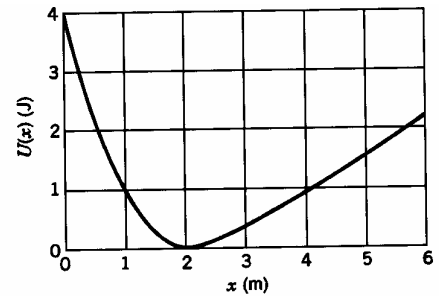
30) A força de atração entre o próton positivamente carregado e o elétron negativamente carregado no átomo de hidrogênio é dada por: $F = -k \frac{e^2}{r^2}$, sendo e a carga do elétron, k uma constante e r a distância

entre as duas partículas. Suponha que o próton esteja fixo e que o elétron, que se movia inicialmente em um círculo de raio r_1 em torno do próton, repentinamente passa para uma outra órbita circular de raio r_2 menor (veja figura).

- Calcule a variação da energia cinética do elétron, considerando que F é a força resultante responsável pelo movimento circular.
- Calcule a variação na energia potencial do átomo utilizando a relação entre força e energia potencial.
- De quanto variou a energia total do átomo nesse processo? (Essa energia é frequentemente perdida sob a forma de radiação).

31) Uma partícula move-se ao longo do eixo x em uma região na qual a energia potencial $U(x)$ varia como na figura ao lado.

- Faça um gráfico quantitativo da força $F(x)$ que atua na partícula, como função da distância.
- Esboce, diretamente sobre a figura, o gráfico de sua energia cinética $K(x)$.

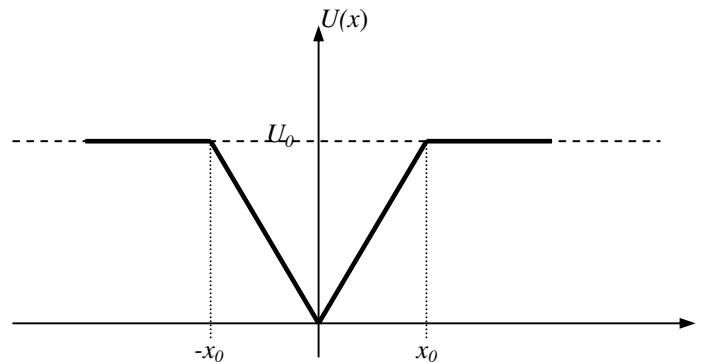


32) Uma partícula de massa m executa um movimento unidimensional sob a ação de uma força conservativa correspondente à energia potencial cujo gráfico está esquematizado abaixo.

Obtenha a força $F(x)$ que atua sobre a partícula e esboce o gráfico de F contra x .

- Descreva qualitativamente o movimento de uma partícula cuja energia mecânica seja $E_1 = 2U_0$ e esteja movendo-se da esquerda para a direita, vinda de um ponto $x < -x_0$. Qual é o valor máximo do módulo da velocidade e para que valor de x a velocidade é máxima?
- Descreva qualitativamente o movimento de uma partícula cuja energia mecânica seja $E_2 = U_0/2$. Qual o valor máximo do módulo da velocidade e para que valor de x a velocidade é máxima?
- No movimento com energia total igual a $E_2 = U_0/2$, obtenha os valores das coordenadas dos pontos de retorno.
- Ainda no caso $E_2 = U_0/2$, calcule o período de oscilação. Neste item você pode precisar da integral:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{b} \sqrt{a+bx} + C$$
, onde C é uma constante.

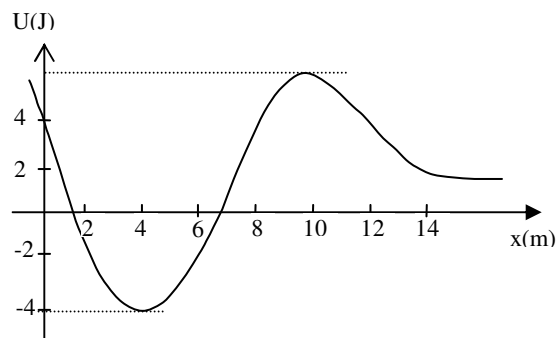


33) (RHK 12-P.18 modificado) A interação entre nucleons (prótons e nêutrons, os constituintes dos núcleos) pode ser representada, com razoável precisão, pelo potencial de Yukawa,

$$U(r) = -U_0 \frac{r_0}{r} \exp\left[\frac{-r}{r_0}\right]$$
. As constantes r_0 e U_0 valem cerca de $1,5 \cdot 10^{-15}$ m e 50 MeV, respectivamente.

- Determine a força de atração em função da distância e dos parâmetros do potencial.
- Calcule a força que age sobre o nêutron que se encontra a uma distância $2r_0$ de um próton.
- Para mostrar o alcance curto dessa força, calcule seus valores em r_0 , $2r_0$ e $3r_0$ e esboce o gráfico.
- Se em um dado núcleo $2r_0$ é a maior distância possível entre o próton e o nêutron, calcule a energia mecânica do nêutron em eV. Justifique. ($1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$)

34) O gráfico ao lado representa a energia potencial de uma partícula de massa $m = 2 \text{ kg}$, sob a ação de uma força conservativa $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ em função de sua posição x .



a) Quais são os pontos de equilíbrio? Classifique segundo sua estabilidade.

b) A energia mecânica total da partícula é 5 J . Determine as regiões permitidas para o movimento ao longo do eixo x .

c) Determine a energia cinética da partícula ($E_t = 5 \text{ J}$) em $x = 0,4 \text{ m}$ e $x = 20 \text{ m}$.

d) Determine o trabalho realizado por $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ para deslocar um corpo de $x = 1,5 \text{ m}$ até $x = 20 \text{ m}$.

e) Se a partícula se encontra em $x = 1,5 \text{ m}$ com energia cinética nula, qual a energia mínima que deve ser fornecida a ela para que possa atingir $x = 20 \text{ m}$? Quanto seria sua energia cinética em $x = 20 \text{ m}$?

35) Uma partícula pode se deslocar ao longo do eixo x , com energia potencial dada por $U(x) = x^2(x^2 - 8)$ em J quando x está em metros.

a) Em quais posições $U(x)$ é nula?

b) Em quais posições $U(x)$ apresenta valores extremos (pontos de máximo e mínimo)?

c) Faça um gráfico de $U(x)$ no intervalo $-3 \leq x \leq 3$ (não deixe de calcular alguns valores numéricos para definir bem a curva), destacando as posições onde $U(x)$ apresenta valores extremos.

Considerando que o corpo foi abandonado em $x = 1 \text{ m}$, determine:

d) a intensidade da força que agirá inicialmente sobre a partícula;

e) em que sentido se deslocará o corpo inicialmente;

f) a energia total da partícula (cinética + potencial);

g) o maior valor da energia cinética que esse corpo pode atingir e

h) as posições em que a partícula pára.

Considere agora que a partícula é colocada, em repouso, em $x = 0 \text{ m}$ e imediatamente recebe um impulso que lhe transfere uma energia cinética de 9 J .

i) Descreva o movimento subsequente.

36) Uma partícula move-se ao longo de uma linha em uma região onde a energia potencial varia como na figura ao lado.

a) Esboce o gráfico da força $F(x)$ que atua na partícula. Não esqueça de marcar valores numéricos nas escalas.

b) Se a partícula tem energia total constante de 4 J , esboce o gráfico de sua energia cinética.

c) Descubra uma função matemática que descreva $U(x)$.

d) Determine a força $F(x)$ a partir de $U(x)$ e compare com o resultado obtido em a). Verifique se a aproximação está coerente com o resultado matemático.

