FNC375N: Lista 9

2/12/2004

O oscilador harmônico, etc.

1. As funções de onda dos estados estacionários do oscilador harmônico em uma dimensão são dadas por
$$\psi_n(x) = C_n H_n(u) \mathrm{e}^{-u^2/2},$$
onde $H_n(u)$ é o polinômio de Hermite de ordem n, e $u = x/\sqrt{\hbar/m\omega}$. Considere o estado fundamental ($n = 0$) para o qual $H_0(u) = 1$.
   a) Verifique que esta função satisfaz a Eq. de Schrödinger independente do tempo com $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$. Qual é o auto-valor da energia E_0?
   b) Determine a constante de normalização C_0.
   c) Determine os valores esperados e respectivas incertezas para a posição, o momento, a energia cinética, a energia potencial e a energia total do oscilador neste estado.
2. Repita o problema anterior para o primeiro estado excitado do oscilador ($n = 1$) com $H_1(u) = 2u$.
3. Mostre que $\sigma_x^2 = L^2/12$ para a função de distribuição de probabilidade clássica do poço infinito de largura L.
4. Uma partícula é submetida a um potencial dado por $V(x) = A|x|$. Sem tentar resolver a equação de Schrödinger, faça esboços das funções de onda do estado fundamental e do primeiro estado excitado.
5. Verifique que o elemento de matriz do dipolo entre os estados $n = 0$ e $n = 3$ do oscilador harmônico é nulo, ou seja
$$f_{03} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0(x) x \psi_3(x) \mathrm{d}x = 0.$$
Dados $H_0(u) = 1$, $H_3(u) = 8u^3 - 12u$.

Integrais Gaussianas

$$I_n = \int_0^{\infty} x^n \mathrm{e}^{-\alpha x^2} \mathrm{d}x,$$

n	I_n	n	I_n
0	$\frac{1}{2}\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}$	1	$\frac{1}{2}\alpha^{-1}$
2	$\frac{1}{4}\pi^{1/2}\alpha^{-3/2}$	3	$\frac{1}{2}\alpha^{-2}$
4	$\frac{3}{8}\pi^{1/2}\alpha^{-5/2}$	5	α^{-3}

$$\begin{aligned}
\text{Se } n \text{ é par:} \quad & \textstyle\int_{-\infty}^{+\infty} x^n \mathrm{e}^{-\alpha x^2} \mathrm{d}x = 2I_n, \\
\text{Se } n \text{ é ímpar:} \quad & \textstyle\int_{-\infty}^{+\infty} x^n \mathrm{e}^{-\alpha x^2} \mathrm{d}x = 0.
\end{aligned}$$