

## Determinação das forças em um objeto a partir da análise do seu movimento.

### ***I. Introdução***

O objetivo deste experimento é ilustrar a 2ª lei de Newton, determinando as diferentes forças sobre um objeto em movimento a partir da análise cinemática de uma série de movimentos preparados especialmente.

Vamos medir as forças atuantes em um carrinho portando uma vela, como a de um barco veleiro, que desliza no trilho de ar ligeiramente inclinado; o movimento é acompanhado por meio de um faiscador. Como toda a medida em Física, um (bom) bocado de teoria é necessário para analisar corretamente as observações; em outras palavras, não conseguiremos medir diretamente as forças, mas sim deduzi-las a partir de medições de movimentos diferentes do mesmo sistema.

A primeira força que determinaremos é a força de atrito entre o trilho e o carrinho, que será deduzida a partir de corridas do carrinho com o trilho montado horizontalmente. As outras duas forças de interesse são a componente do peso na direção do movimento e a força de atrito do ar sobre a vela, que serão determinadas a partir dos dados obtidos em duas corridas do carrinho com o trilho na mesma inclinação, mas numa delas o carrinho porta a vela; a composição das acelerações nas duas corridas permitirá determinar a força na vela devido ao ar.

Os valores obtidos para a força serão ajustados a modelos da força de atrito com o ar. Os dados devem ser transcritos em uma planilha no computador, de modo a reduzir o tempo gasto em cálculos repetitivos e permitir comparar dois modelos distintos para a força sobre a vela. A qualidade do ajuste não é o ponto central deste estudo, mas sim mostrar como se determinam forças a partir da cinemática e constatar que existem forças que variam de maneira complexa ao longo do movimento de um corpo. Por isso, não serão determinadas as incertezas nas grandezas medidas, cujo cálculo é elaborado.

### ***II. Método Experimental***

O material a ser usado consiste no trilho de ar, em que um carrinho desliza carregando a ponta de prova de um faiscador de 60 Hz, que marca uma fita de papel de FAX presa ao trilho. Deve-se usar o carrinho pequeno (~0,2 kg de massa) e uma vela com cerca de 0,05 m<sup>2</sup> de área.

#### **Montagem do trilho numa direção horizontal.**

O começo do nivelamento pode ser feito com um nível de bolha. Esse nivelamento precisa ser melhorado usando o carrinho colocado no trilho com o ar circulando e ajustando o apoio regulável do trilho, de modo que o carrinho não deslize sempre para o mesmo lado ao ser colocado parado em diferentes pontos do trilho, ou seja, o carrinho deve deslizar para a esquerda em alguns pontos, enquanto noutros, deve deslizar para a direita e, ainda, em certos lugares, pode permanecer parado. Não é possível fazer com que o carrinho permaneça estacionado em toda a posição do trilho em que for colocado parado, mas o fato do carrinho ficar parado em apenas um ponto do trilho não significa que ele está nivelado, uma vez que o trilho não é perfeitamente

plano, porém tem pequenas ondulações que acabam fazendo o carrinho mover-se porque o atrito é muito fraco.

#### **Montagem do trilho inclinado.**

O trilho deve ser inclinado em  $0,5$  a  $1^\circ$  (tangente  $0,01$  a  $0,02$ ) em relação à horizontal, para que a aceleração esteja na faixa  $10$  a  $20 \text{ cm/s}^2$ . Assim, considerando um trilho cujos apoios estejam separados por  $1 \text{ m}$ , deve-se calçar um dos apoios com um pedaço de plástico de espessura  $1$  a  $2 \text{ cm}$ . Essa inclinação foi escolhida após realizar o experimento e verificar que ela corresponde a uma situação em que a força da gravidade e a força de atrito com o ar no meio do percurso têm mesma ordem de grandeza e são bem maiores que a força de atrito entre o carrinho e o trilho; além disso, a variação porcentual da componente da força peso na direção do trilho ao longo do caminho do carrinho, devido às deformações, é pequena. Assim, essa escolha permite obter dados significativos para as forças envolvidas, ou seja, seus valores são bem maiores que as respectivas incertezas, de modo a contornar a falta do cálculo das incertezas neste experimento.

### **III. Procedimento experimental**

- Colocar massa de modelar ou um lançador na extremidade interna do trilho, no ponto em que o carrinho for bater, a fim de evitar danos ao carrinho e ao trilho.
- Nivelar o trilho.
- Medir a massa do carrinho, com e sem vela.
- Dar um pequeno impulso no carrinho usando o lançador com elástico, de forma que ele adquira uma velocidade próxima a  $40 \text{ cm/s}$  (percorrerá o trilho em  $\sim 5 \text{ s}$ ) e registrar o movimento com o faiscador.
- Repetir o procedimento acima, mas lançando o carrinho no sentido oposto. Os dados desta corrida junto com os da corrida anterior permitirão estimar a força de atrito.
- Colocar um calço de altura conhecida sob o suporte que tem um único ponto de apoio. Registrar a altura desse calço bem como a distância entre apoios do trilho, de modo a permitir a determinação do ângulo de inclinação do trilho. Verificar que esse ângulo esteja na faixa  $0,5$  a  $1^\circ$ .
- Abandonar o carrinho da posição alta e registrar o movimento com o faiscador.
- Adaptar a vela ao carrinho e registrar o movimento subsequente ao abandono na posição alta.

### **IV. Resumo da teoria**

A 2ª lei de Newton estabelece uma relação entre as causas de alteração do movimento – as forças – e o movimento propriamente dito. Assim, a partir de uma análise da posição em função do tempo de um objeto é possível calcular a resultante das forças que atuam nele.

Nas condições do experimento realizado, a aproximação de ponto material (corpo rígido em translação) é boa, de modo que podemos usar a lei de Newton para um ponto qualquer do carrinho; escolheremos a ponta do faiscador para marcar a sua posição.

Quando o carrinho é deixado escorregar sem vela, as interações com o carrinho devem-se a gravidade e ao trilho, sendo que costumamos decompor a força do trilho no carrinho nas componentes normal e de atrito. Com o trilho horizontal,

somente a força de atrito de contato altera o movimento do carrinho, de maneira que desse movimento pode-se deduzir a sua intensidade. Inclinando-se o trilho, a gravidade passa a influir na translação, de modo que do movimento sem vela, mas com o trilho inclinado, descobre-se a componente do peso na direção do trilho se descontarmos a influência do atrito de contato. Finalmente, acrescentando-se a vela, soma-se a interação com o ar. Dessa forma, da comparação de grandezas obtidas nas duas corridas com o trilho inclinado – carrinho escorregando sem vela e com vela – será possível estimar a força exercida pelo ar sobre a vela carregada pelo carrinho.

A seção seguinte descreve os passos necessários à determinação das várias forças agindo sobre o carrinho quando ele escorrega no plano inclinado com a vela. De todas as forças, a única que varia muito durante o movimento é a força de atrito do ar com a vela. Tentaremos dois modelos para a força viscosa: proporcional à velocidade e proporcional ao quadrado da velocidade. Esses modelos aplicam-se a diferentes situações, caracterizadas pela existência ou não de turbulência (moderada) em torno da vela. Embora proponhamos definir o comportamento da força de atrito com o ar, repetimos o que já dissemos na introdução: o objetivo deste experimento é determinar todas as forças que atuam em um sistema e mostrar a existência de forças com dependência complexa nos parâmetros do sistema físico.

## V. Procedimento de análise

De preferência, faça todos os cálculos usando uma planilha no computador, uma vez que as fórmulas de cálculo da velocidade e da aceleração são as mesmas para qualquer par de pontos. Esse tipo de cálculo repetitivo é difícil de fazer à mão sem errar, mas é relativamente simples numa planilha de computador.

### V.1 Determinando a aceleração em função do tempo

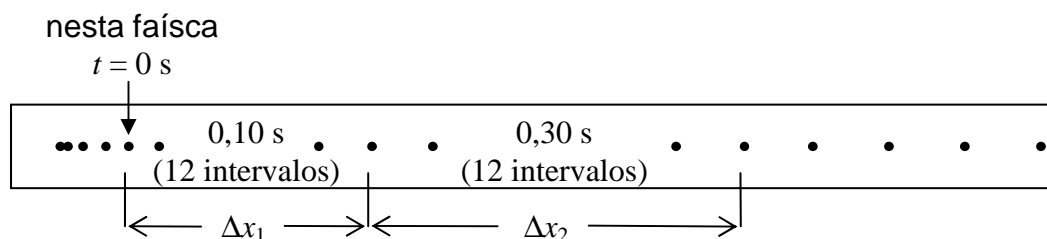
Dos dados obtidos, que relacionam a posição com o tempo, vamos deduzir a aceleração por um procedimento que será independente do movimento específico.

#### Velocidade

A velocidade em um certo instante  $t_m$  pode ser aproximada pela velocidade média calculada a partir do deslocamento em um intervalo de tempo  $[t;t']$

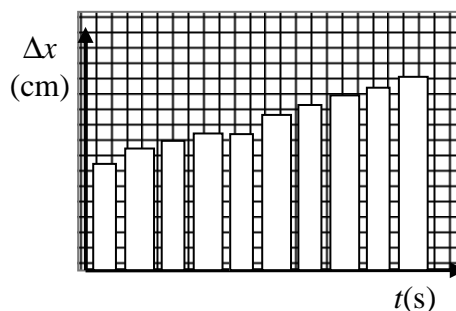
$$v(t_m) = \frac{x(t) - x(t')}{t - t'} \quad \text{onde } t_m = \frac{t + t'}{2} \quad (1)$$

Vamos escolher um intervalo de tempo para medir as velocidades que não seja muito pequeno, o que resultaria em uma análise muito demorada, nem grande demais, o que resultaria em valores pouco precisos porque a velocidade variaria no intervalo considerado. Assim, vamos escolher 1/5 de segundo (12 intervalos entre faíscas), o que dará dados em boa quantidade.



Usando uma tesoura, corte a fita de acordo com os deslocamentos sucessivos em intervalos de 0,2 s, como ilustrado na figura acima. A própria fita, correspondendo ao deslocamento real, deve ser colada no papel milimetrado, em posições sucessivas,

**espaçadas igualmente;** sua colagem vai ficar parecida com a figura ao lado. Faça essa tarefa com muita calma: se você cortar a fita no lugar errado, será obrigado(a) a remendá-la e o serviço ficará muito mal feito. Identifique cada segmento com o instante de tempo correspondente ao instante médio do intervalo ANTES de cortá-lo, assim você não ficará com algum pedaço sobrando, sem saber onde colá-lo no gráfico. Note que a velocidade pode ser determinada a partir do tamanho da fita pela relação



$$v(t_m) = 5 \times \Delta x \text{ em cm/s para } t \text{ em s,} \quad (2)$$

onde você deve usar o instante médio correspondente ao deslocamento e medir o tamanho do pedaço de papel em cm com uma régua.

Apenas na corrida com vela, construa o gráfico da velocidade em função do tempo: leia os valores de deslocamento do papel milimetrado; transporte-os para a planilha de cálculo e use a fórmula (2) acima para determinar a velocidade. Você precisará criar três colunas na planilha, uma para o tempo, outra para o deslocamento e a terceira para a velocidade.

### Aceleração

Vamos proceder de modo diferente nas duas corridas com o plano inclinado. Na corrida sem vela, obtemos a aceleração diretamente do papel com a fita cortada, verificando que o movimento foi mesmo uniformemente acelerado e escolhendo um par de instantes  $t_{\text{inicial}}$  e  $t_{\text{final}}$  para determinar  $\Delta v$  e calcular a aceleração

$$a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_{\text{final}}) - v(t_{\text{inicial}})}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}}.$$

onde precisamos transformar o deslocamento em velocidade pela fórmula (2).

Na corrida com vela, a aceleração não é constante. A partir dos dados de velocidade em função do tempo que estão na planilha, calcule

$$a\left(\frac{t_{i+1} + t_i}{2}\right) = \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i}. \quad (3)$$

Você deve criar duas colunas na planilha, para os tempos médios e as acelerações correspondentes.

É interessante notar que, quando substituímos a fórmula (1) na (3) obtemos

$$a\left(\frac{t_{i+1} + t_i}{2}\right) = \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i} = \frac{\Delta x(t_{i+1}) - \Delta x(t_i)}{(\Delta t)^2}$$

onde, usando  $\Delta t = 0,2$  s, chegamos a

$$a\left(\frac{t_{i+1} + t_i}{2}\right) = 25 \times (\Delta x_{i+1} - \Delta x_i) \text{ em cm/s}^2 \text{ para } t \text{ em s}$$

quando se lê a diferença de tamanho dos pedaços de fita consecutivos em cm diretamente do papel milimetrado em que estão coladas; essa é a aceleração no instante médio do PAR de deslocamentos considerados.

## V.2 Interpretando a dinâmica.

### A força de atrito de contato

Fizemos duas corridas do carrinho na horizontal, uma em que ele se deslocou para a direita e outra, para a esquerda; da análise desses dois movimentos, determinaremos a força de atrito de contato.

Neste caso da corrida do carrinho no trilho horizontal, a força de atrito entre o carrinho e o trilho é a resultante. Como ela (força de atrito) é aproximadamente independente da velocidade e proporcional à força normal sobre o carrinho, a aceleração é constante. O procedimento descrito a seguir foi criado para corrigir o efeito de uma pequena inclinação do trilho para um dos lados.

- i. Usando o papel quadriculado em que estão grudados os pedaços de fita recortada do movimento para a *direita*, trace uma reta que passe pelo meio dos pontos  $(t_i, \Delta x_i)$ .
- ii. Verifique que a aceleração é pequena (menor que  $g/1000 = 1 \text{ cm/s}^2$ ), mas sempre negativa.
- iii. Convença-se que a diferença entre pontos sucessivos no gráfico de aceleração por tempo é devido a flutuações incontroláveis do nível do trilho e do fluxo de ar, de modo que a inclinação da reta média deve refletir a ação da força de atrito. Calcule a inclinação da reta média,  $\bar{a}_{\text{direita}}$ , usando simplesmente a régua sobre o papel com as colagens (ou lendo diretamente do quadriculado do papel, se conseguir) e os instantes marcados nas tiras de papel do faiscador.
- iv. Repita os itens i a iii acima para o movimento do carrinho para a *esquerda*.

Deduza a força de atrito como

$$F_{at} = m \left( \frac{\bar{a}_{\text{esquerda}} + \bar{a}_{\text{direita}}}{2} \right). \quad (4)$$

### A força resultante entre peso, atrito e a normal do trilho sobre o carrinho.

Da aceleração da corrida do carrinho no trilho inclinado sem vela, podemos deduzir a resultante entre o peso, a normal e o atrito. Aqui também devemos ter aceleração constante, de modo que o procedimento a adotar é o mesmo usado nos itens i a iii na determinação da força de atrito.

Assim, vamos usar um único valor para a aceleração nesta situação, uma vez que ela é constante. Como precisaremos nos referir aos resultados experimentais adiante, vamos chamá-la de  $\bar{a}_{\text{sem}}$ , a aceleração média no movimento todo,

$$\bar{a}_{\text{sem}} = \frac{v(t_{\text{final}}) - v(t_{\text{inicial}})}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}}. \quad (5)$$

. Desse modo, a força resultante no movimento do carrinho sem vela no trilho é

$$\bar{F}_{\text{sem}} = m_{\text{sem}} \bar{a}_{\text{sem}}. \quad (6)$$

### A força de atrito na vela

Essa força é variável, como vai saltar à vista do papel quadriculado em que estão grudados os pedaços da fita recortada desse movimento. Por diversas razões, essa força depende da velocidade, de modo que vamos calcular não só a força, mas também a velocidade em cada instante e relacioná-las. Procedimento:

- Faça o gráfico da velocidade em função do tempo.

- Faça o gráfico de aceleração em função do tempo.
- Transforme o gráfico de aceleração em força multiplicando pela massa do carrinho mais a vela,  $m_{com}$ .
- Calcule a força no carrinho devido à gravidade e ao atrito; como a massa nesta situação é maior, a força também será maior que na situação sem vela, uma vez que tanto o peso quanto a força de atrito (nesta situação) crescem com a massa do corpo. Estime, portanto,

$$\bar{F}_{g+atrito} = m_{com} \bar{a}_{sem} \quad (7)$$

onde tomamos a aceleração da fórmula (5).

- Estime a força na vela a partir da aceleração do carrinho para cada instante  $t$ ,
- $$F_{vela}(t) = m_{com} a(t) - \bar{F}_{g+atrito} = m_{com} (a(t) - \bar{a}_{sem}) \quad (8)$$
- Calcule a velocidade em cada instante em que você conhece a força; para isso, use valores interpolados da tabela da velocidade.
  - Faça o gráfico da força em função da velocidade.
  - Ajuste uma reta de tendência ao gráfico.
  - Faça o gráfico da força em função do quadrado da velocidade.
  - Ajuste uma reta de tendência a esse novo gráfico.

## VI. Relatório para entregar:

Seu relatório deve conter os seguintes itens:

- I. Capa, com nome dos integrantes do grupo, título do trabalho, turma e data.
- II. Uma introdução, com o objetivo do experimento e uma visão geral do trabalho experimental e da análise. Não são necessárias mais que 15-20 linhas, mas procure pôr no papel seu entendimento do experimento.
- III. Apresente os dados obtidos: os papéis milimetrados com as tiras coladas, os gráficos de aceleração por tempo e de força em função da velocidade no movimento do carrinho com vela. Também forneça as massas do carrinho (com e sem vela), as dimensões do trilho de ar, do calço usado e da vela.
- IV. Resultados obtidos. Forneça os valores experimentais da força de atrito e da força resultante no movimento do carro sem vela no trilho inclinado; calcule o valor esperado da componente do peso na direção do movimento,  $mg \sin \theta$ , onde  $\theta$  é determinado a partir do tamanho do calço usado para levantar o trilho e a distância entre os calços. Apresente os gráficos da força em função da velocidade e do quadrado da velocidade, com as retas ajustadas.
- V. Discussão e conclusão. Compare o valor experimental da componente da força peso na direção do movimento com o calculado a partir da inclinação do trilho e da força de atrito. Em relação ao movimento com vela, discuta como o fato da força não ser constante estava contida na dependência da posição com o tempo (olhe suas colagens!) e diga se seus dados sugerem que a força do ar sobre a vela depende do quadrado da velocidade ou da velocidade, simplesmente, e porquê. Aqui também devem estar todas suas idéias e dúvidas acerca da qualidade do resultado experimental e das possibilidades do método. Procure não passar de uma página.

Você pode adotar procedimentos diferentes dos sugeridos aqui, mas nesse caso apresente como fez.