ESTRUTURA DA MATÉRIA I - 1^o SEMESTRE 2003
LISTA REV.-2

1. Considere um elétron em algum ponto de um átomo de diâmetro 1 A. a) Qual a incerteza no momento do elétron? Imagine um elétron no interior de um núcleo atômico de diâmetro de cerca de $10^{-14}m$. b) Qual a incerteza no momento do elétron? Considere agora um nêutron ou um próton no interior do núcleo. c) Qual a incerteza no momento do próton ou do nêutron? Verifique em cada um dos casos analisados, se os valores encontrados são consistentes com os das energias típicas de ligação no átomo e no núcleo atômico. Antes da descoberta do nêutron, uma proposta para a estrutura do núcleo era que ele era constituído de N+Z prótons e N elétrons. d) Explique por que esta configuração não é possível.

2.- Quais das seguintes funções são autofunções do operador momento e quais são os respectivos autovalores:

$$a)\ A\sin(kx) \qquad b)\ A\sin kx + B\cos kx$$
$$c)\ A\cos kx + iA\sin kx \qquad d)\ Ae^{ik(x-a)}$$

3.- Verifique se há alguma regra de seleção para transições de diferentes estados de um elétron num poço infinito.

4.- Um elétron está contido em uma caixa de paredes rígidas e largura 0,1 nm. a) Desenhe um diagrama de níveis de energia para elétrons até o nível n=4. b) Encontre os comprimentos de onda de todos os fótons emitidos, quando o elétron faz transições que o levam do estado inicial n=4 até o estado fundamental n=1.

5.- Considere uma partícula de massa m dentro de uma caixa quadrada bi-dimensional de lado L, alinhada com os eixos x e y. Mostre que as funções de onda e níveis de energia da partícula são dados por:

$$\Psi(x,y) = \frac{2}{L}\sin\frac{n_x\pi x}{L}\sin\frac{n_y\pi y}{L}; \quad E = \frac{\hbar\pi^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2)$$

6.- Encontre uma expressão para o número de zeros N (como função de n) de $\Psi_n(x)$ para o poço de potencial infinito (número de vezes que a função de onda intercepta o eixo x, excluído os pontos $x = \pm a/2$). Faça o mesmo para as funções de onda do oscilador harmônico. O que se pode dizer sobre as propriedades gerais dessas relações?

7.- Esboce $|\Psi_n(x)|^2$ para o estado n=11 do poço de potencial finito (fundo o suficiente para que $E_{11} < V_o$). Esboce no mesmo gráfico a densidade de probabilidade clássica para se encontrar a partícula, como função de x. Compare os resultados com aqueles para o estado n=13 do oscilador harmômico, visto na fig. 5-19 do Eisberg-Resnick.

8.- Tomando a função de onda para o primeiro estado excitado do oscilador harmônico (n=1):

$$\Psi_1(u) = A_1 u e^{-u^2/2} \ onde\ u = \sqrt{\alpha}x; \ \ \alpha = \frac{(Km)^{1/4}}{\hbar^{1/2}}$$

Calcule: a) $< E_c >$ b) $< E_p >$ c) Verifique que $< E >=< E_c > + < E_p >= \frac{3}{2}\hbar\sqrt{\frac{K}{m}}$

9.- Determine o comprimento de onda de de Broglie para uma partícula de massa m e energia cinética T. Faça o calculo para a) uma partícula não relativística e b) para uma partícula relativística.

a) $h/\sqrt{2mE_c}$ b) $hc/\sqrt{E_c^2 + 2E_c mc^2}$

10.- O Acelerador Linear de Stanford pode acelerar elétrons até uma energia de 50 GeV. Qual o comprimento de onda de de Broglie para esses elétrons? A que fração do diâmetro do próton (d $\sim 2 \cdot 10^{-15}$m) isso corresponde?

11.- Em um experimento de espalhamento de elétrons, um máximo de reflexão é encontrado para ϕ=32° para um cristal com distância interatômica de 0.23 nm. Qual o espaçamento entre os planos cristalinos responsável pelo espalhamento? Supondo que essa seja a difração em primeira ordem, qual o comprimento de onda, momentum, energia cinética e energia total dos elétrons incidentes?

d = 0,063 nm; $\lambda = 0,122$ nm; p = 10,2 keV/c; E = 511 keV; $E_c = 102$eV

12.- Um feixe de nêutrons térmicos (EC = 0.025 eV) é espalhado por um cristal com espaçamento entre planos atômicos de 0.45 nm. Qual o ângulo para o pico de Bragg de primeira ordem?

13.- Um nêutron é confinado num núcleo de deutério com diâmetro $\approx 2 \cdot 10^{-15}$ m. Use os níveis de energia calculados para o poço infinito para calcular a menor energia cinética possível para o nêutron. Qual a energia cinética mínima de acordo com o princípio de incerteza?

51 MeV; 1,3 MeV

14.- Qual a razão $\Delta v/v$, onde Δv é a incerteza na velocidade a) de um elétron e b) um próton confinado em uma caixa unidimensional de largura 2 nm?

15.- Mostre que o princípio de incerteza pode ser expresso na forma $\Delta L \Delta\theta \geq \frac{\hbar}{2}$ onde θ é a posição angular e L o momento angular da partícula. Para que incerteza no momento angular a posição da partícula será totalmente indeterminada?

$\hbar/4\pi$

16.- Qual a largura de banda $\Delta\omega$ de um amplificador para radar, que amplifica um pulso de largura 2 μs?

$2,5x10^5$rd/s

17.- Encontre a incerteza mínima na velocidade de uma bactéria de massa 3×10^{-15} kg, supondo que conhecemos sua posição com incerteza de 1 μm, ou seja, seu próprio tamanho.

18.- Um átomo em um estado excitado de 4,7 eV emite um fóton e termina no estado fundamental. A vida média do estado excitado é de 10^{-13}s. a) Qual é a largura espectral da linha correspondente (em unidades do comprimento de onda)?

a) $3,3x10^{-3}$eV b) 0,18 nm

19.- Calcule o comprimento de onda de de Broglie de uma partícula α emitida por um núcleo de ^{241}Am. Poderia essa partícula existir dentro do núcleo de amerício (diâmetro $\approx 1,6 \times 10^{-14}$m)?

20.- Se o potencial V é independente do tempo, mostre que o valor esperado de x é independente do tempo.

21.- Determine o valor médio de $\Psi_n^2(x)$ dentro de um poço de potencial infinito para n=1,5,20 e 100. Compare esses resultados com a probabilidade clássica de encontrar a partícula dentro da caixa.

1/L (independente de n, em acordo com a previsão clássica)

22.- Considere um poço de potencial finito de largura 3×10^{-15}m que contém uma partícula de massa m= 2GeV/c^2. Quão profundo deve ser esse potencial para conter três níveis de energia? (Exceto pelos valores exatos das energias, esta é a situação aproximada de um núcleo de deutério).

23.- Uma possível solução para o oscilador harmônico simples é:

$$\Psi_n = A(2\alpha x - 1)e^{-\alpha x^2/2}$$

onde A é uma constante. Qual o valor da energia E_n desse estado?

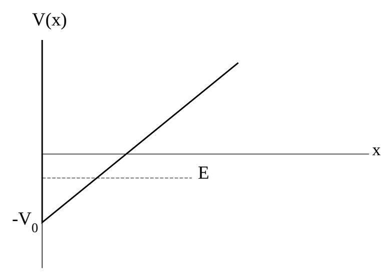
24.- Mostre que a energia de um oscilador harmônico simples no estado n=1 é $3\hbar\omega/2$ substituindo a função de onda $\Psi_1 = Axe^{-\alpha x^2/2}$diretamente na equação de Schroedinger.

25.- Uma molécula H_2 pode ser aproximada por um oscilador harmônico simples com constante de mola k= $1,1 \times 10^3$N/m. Encontre a) os níveis de energia e b) os possíveis comprimentos de onda de fótons emitidos quando a molécula H_2decai do terceiro estado excitado, terminando no estado fundamental.

a) $E_n = (n + 1/2)0.755$eV b) 1640 nm; 822 nm; 549 nm

26.- a) Calcule a probabilidade de transmissão de uma partícula α de energia E = 5 MeV através da barreira coulombiana de um núcleo pesado, que pode ser aproximada por uma barreira quadrada de altura $V_0 = 15$MeV e largura L = $1,3 \times 10^{-14}$m. Calcule essa probabilidade b) dobrando a altura da barreira e c) usando a altura original mas dobrando a largura da barreira. Compare os três resultados.

27.- Considere uma partícula de energia E aprisionada num poço de potencial como mostrado na figura abaixo. Desenhe esquematicamente as funções de onda para os três estados de mais baixa energia da partícula. Explique o esquema obtido.



28.- Quando uma partícula de energia E se aproxima de uma barreira de potencial de altura V_0com E$\gg V_0$, mostre que o coeficiente de reflexão pode ser aproximado por $R = [(V_0 \sin(kL))/2E]^2$.

29.- Para uma região onde o potencial é V=0, a função de onda de uma partícula é dada por $\sqrt{2/\alpha}\sin(3\pi x/\alpha)$. Calcule a energia da partícula.

30.- Considere um poço semi-infinito no qual V=∞ para x $<$ 0, V=0 para $0 \leq x \leq L$ e V=V_0 para x $>$ L. a) Mostre que as funções de onda possíveis são $A \sin kx$ dentro do poço e $Be^{-k_2 x}$para x $>$ L, onde $\sqrt{2mE/\hbar^2}$ e $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$. b) Mostre que a aplicação das condições de contorno resultam na relação $k_2 tg(ka) = -k$.

31.- A função de onda para o estado n=2 do oscilador harmônico é $A(1 - 2\alpha x^2)e^{-\alpha x^2/2}$. a) Mostre que o nível de energia correspondente é $5\hbar\omega/2$, substituindo a função de onda diretamente na equação de Schroedinger. b) Encontre $<x>$ e $<x^2>$.

$< x >= 0; < x^2 >= 5/2\alpha$

32.- Uma partícula está aprisionada entre x= 0 e L dentro de um poço de potencial infinito. Sua função de onda é uma superposição do estado fundamental e primeiro estado excitado. A função de onda é dada por:

$$\Psi(x) = \frac{1}{2}\Psi_1(x) + \frac{\sqrt{3}}{2}\Psi_2(x)$$

Mostre que esta função de onda está normalizada.